



Vereinfachte Genauigkeitsanalyse der GNSS-Positionierung im alpinen Luftraum

Alain Geiger¹, Heinz Wipf², Maurizio Scaramuzza²

¹Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH Zurich

²skyguide, Dübendorf

AHORN 2015, Wildhaus, CH

Warum eine vereinfachte Betrachtung?

- Fundamentale Zusammenhänge werden sichtbar
- Daumenregel herleitbar
- Verständnis für den Einfluss von Störeffekten
- Ersetzt detaillierte Simulationen/Tests nicht

Hintergrund

- implementation of PBN procedures in Switzerland
- challenge: GPS performance in mountainous environment
- questions:
 - required GPS performance achievable?
 - RNP value versus flight height?
 - Impact of terrain on GPS performance?
- answers mostly through simulations and measurements

Was sagt GPS zu dieser Umgebung?



Mathematisches Modell

- assumptions & simplifications
 - GPS only
 - accuracy as performance parameter
 - uniform distribution of satellites on sky
 - no terrain or obstructions
- refinement of assumptions to follow later

$$\left(A^T P A\right) \vec{x} = A^T P \vec{r} \rightarrow \vec{x} = \left(A^T A\right)^{-1} A^T \vec{r} = N^{-1} A^T \vec{r}, \quad P = I$$

$N^{-1} = Q$ ist von Interesse. Q enthält alle DOPs

Mathematisches Modell

- Topozentrisches Koordinatensystem

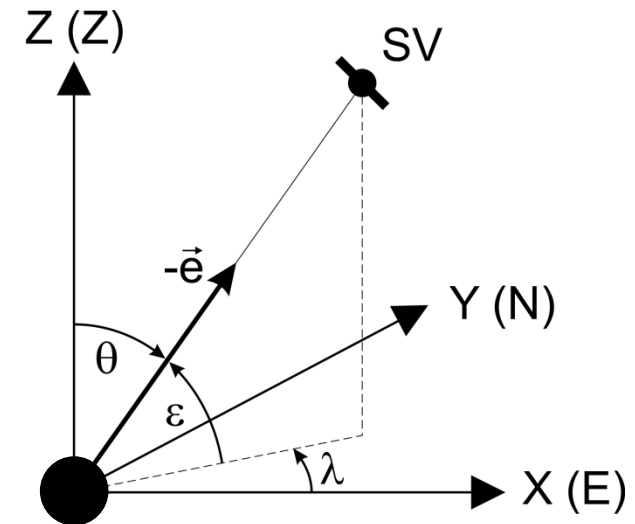
$$e_1 = x = -\sin \theta \cdot \cos \lambda, e_2 = y = -\sin \theta \cdot \sin \lambda,$$

$$e_3 = z = -\cos \theta, e_4 = t = 1$$

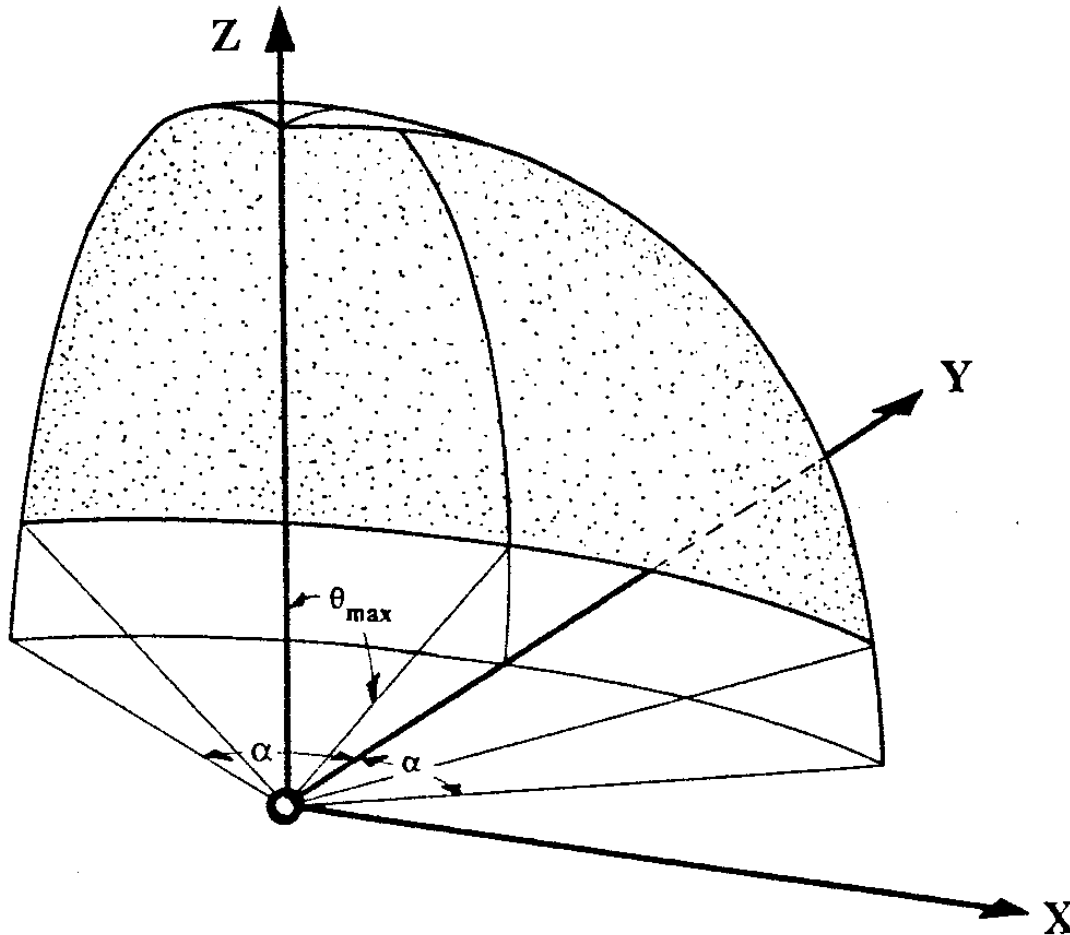
$$N = A^T A = \begin{bmatrix} [e_1^2] & [e_1 e_2] & [e_1 e_3] & [e_1 e_4] \\ [e_2 e_1] & [e_2^2] & [e_2 e_3] & [e_2 e_4] \\ [e_3 e_1] & [e_3 e_2] & [e_3^2] & [e_3 e_4] \\ [e_4 e_1] & [e_4 e_2] & [e_4 e_3] & [e_4^2] \end{bmatrix}$$

$$[a] = \sum_{i=1}^n a_i, \quad n = \#SV$$

- n Anzahl gemessene Satelliten



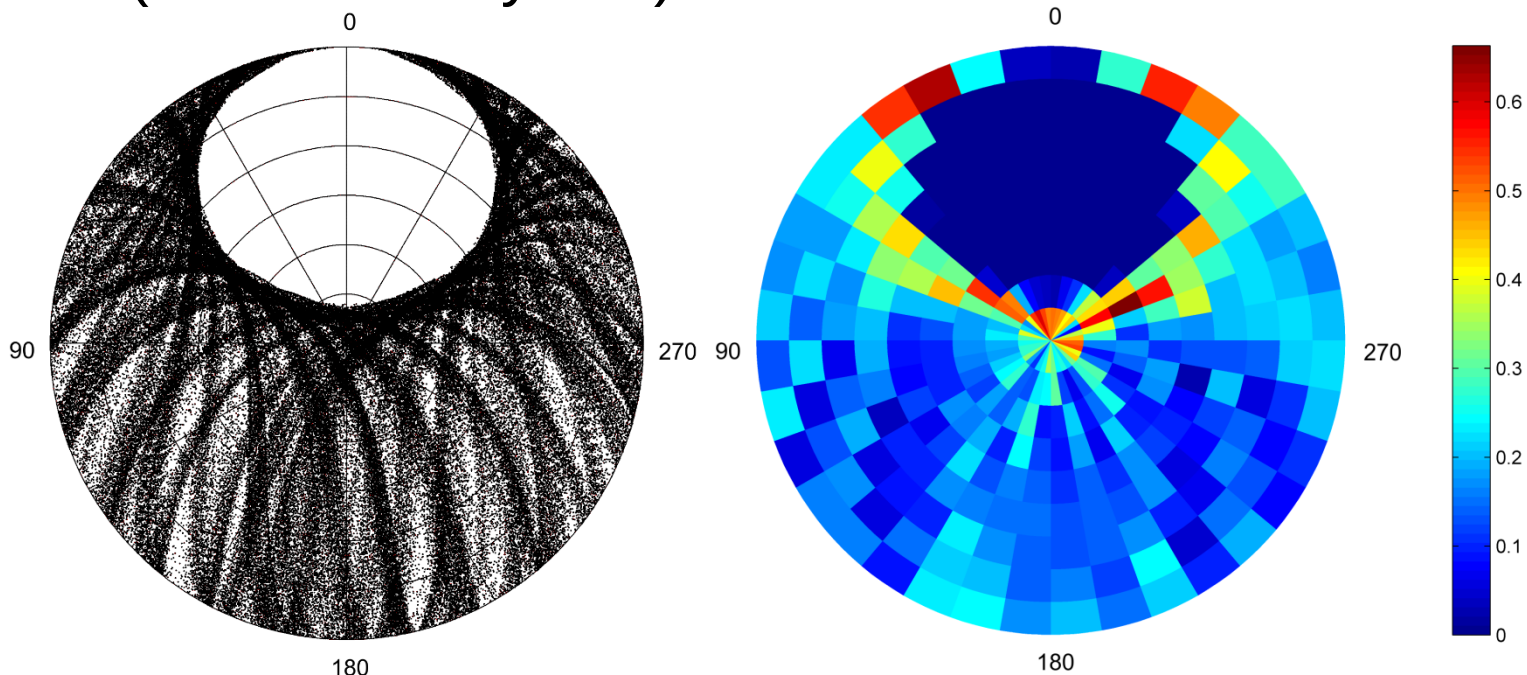
Kontinuierliche Betrachtungsweise



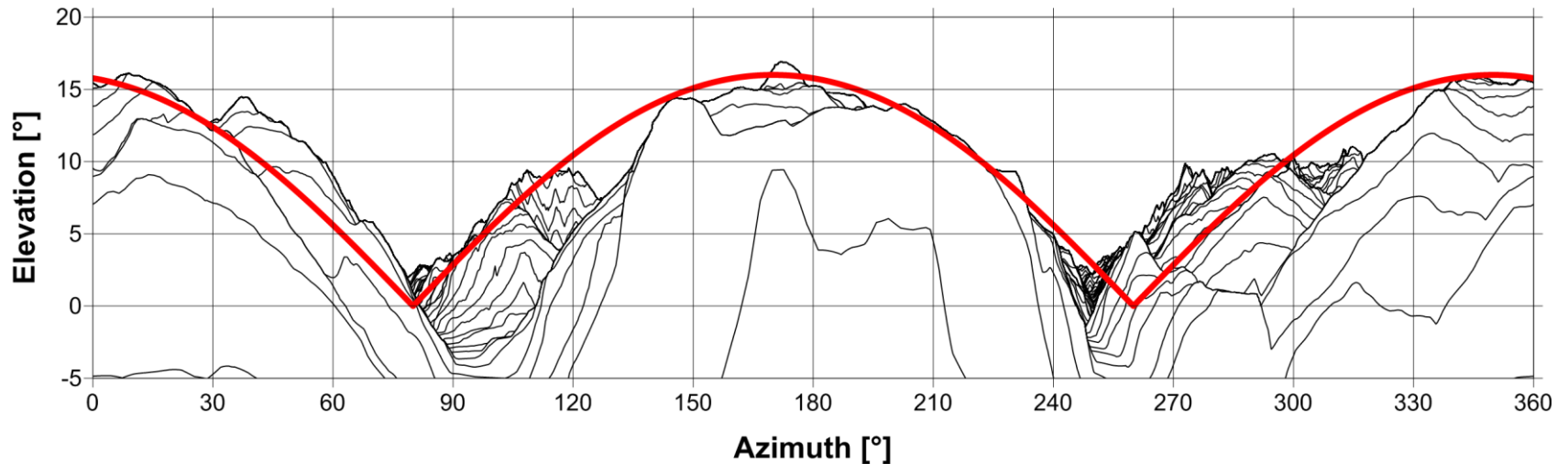
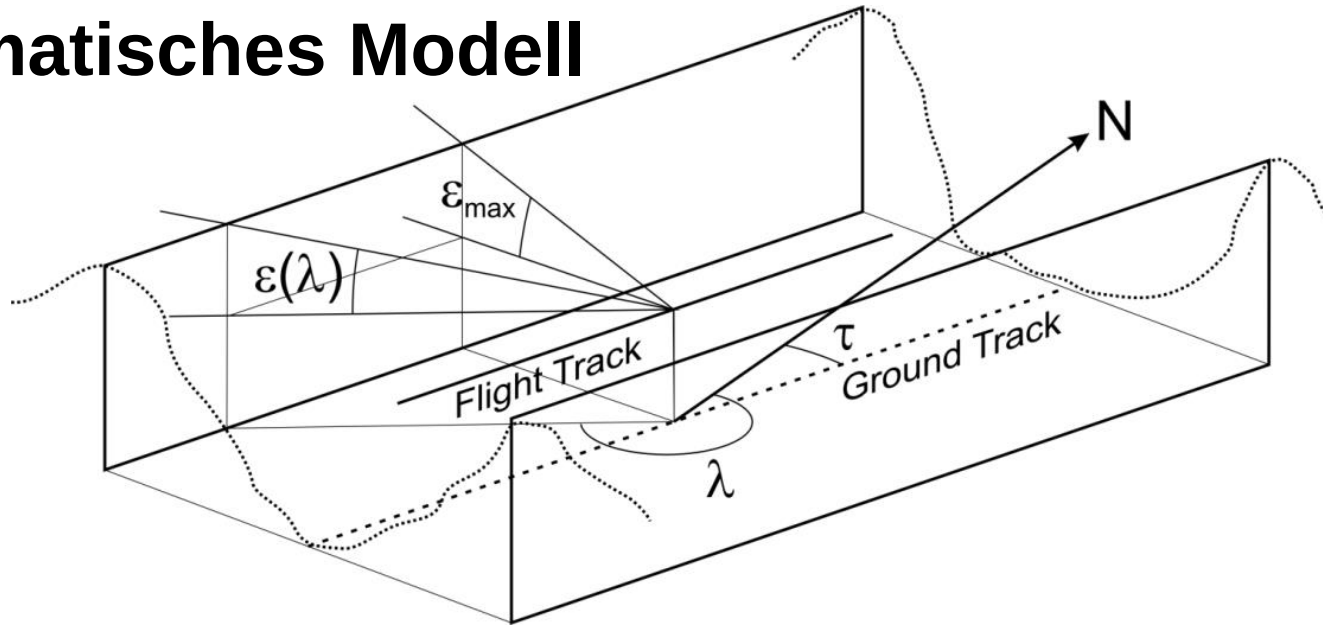
$$\sum \rightarrow \int \dots \sin(\theta) d\alpha \cdot d\theta$$

Mathematisches Modell

- Verfeinerung der Satellitenkonstellation
- zB 5° oder 10° Bins
- Häufigkeit, dass Satelliten in einem Bin sind (5 Jahre analysiert)

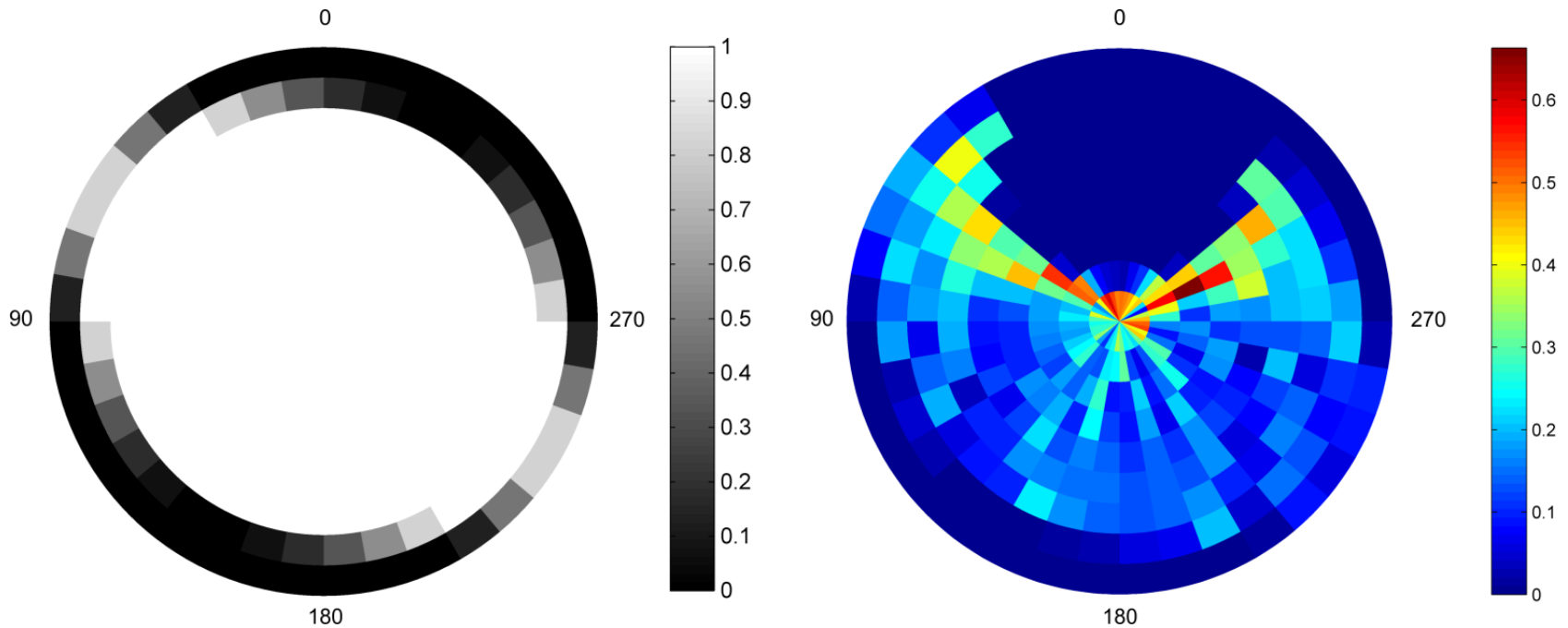


Mathematisches Modell



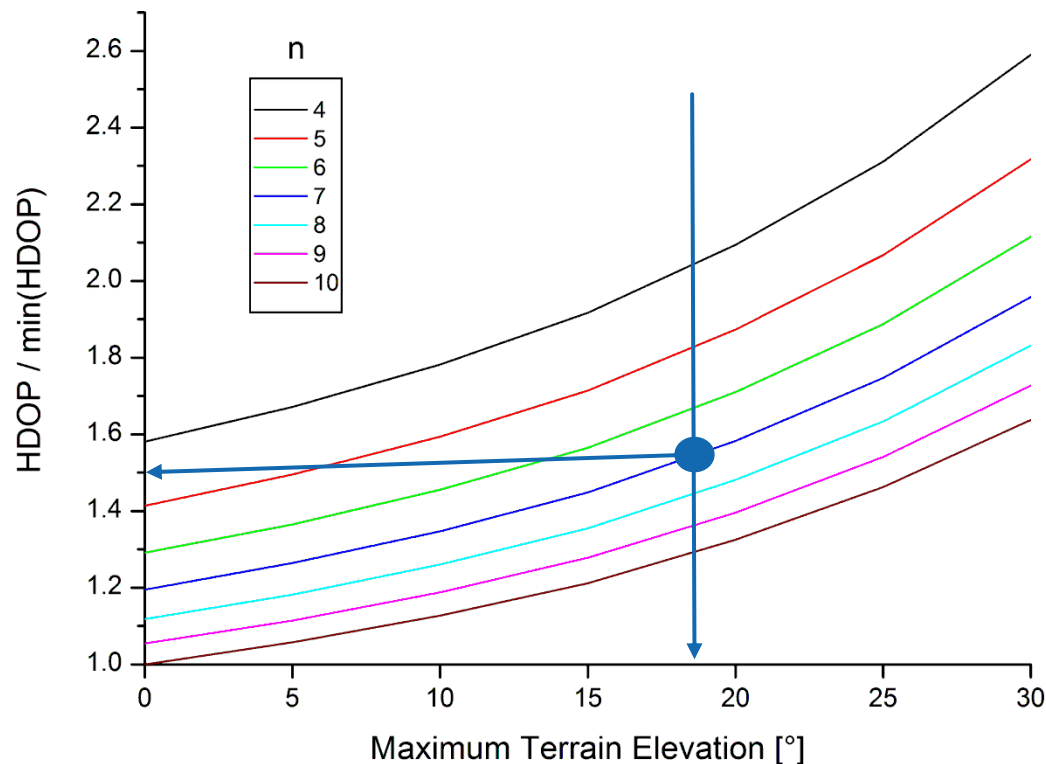
Mathematisches Modell

- Maskierung mit $\varepsilon_{max} = 20^\circ$ und Satellitendichte
- Talorientierung (Streichen): $60^\circ / 240^\circ$



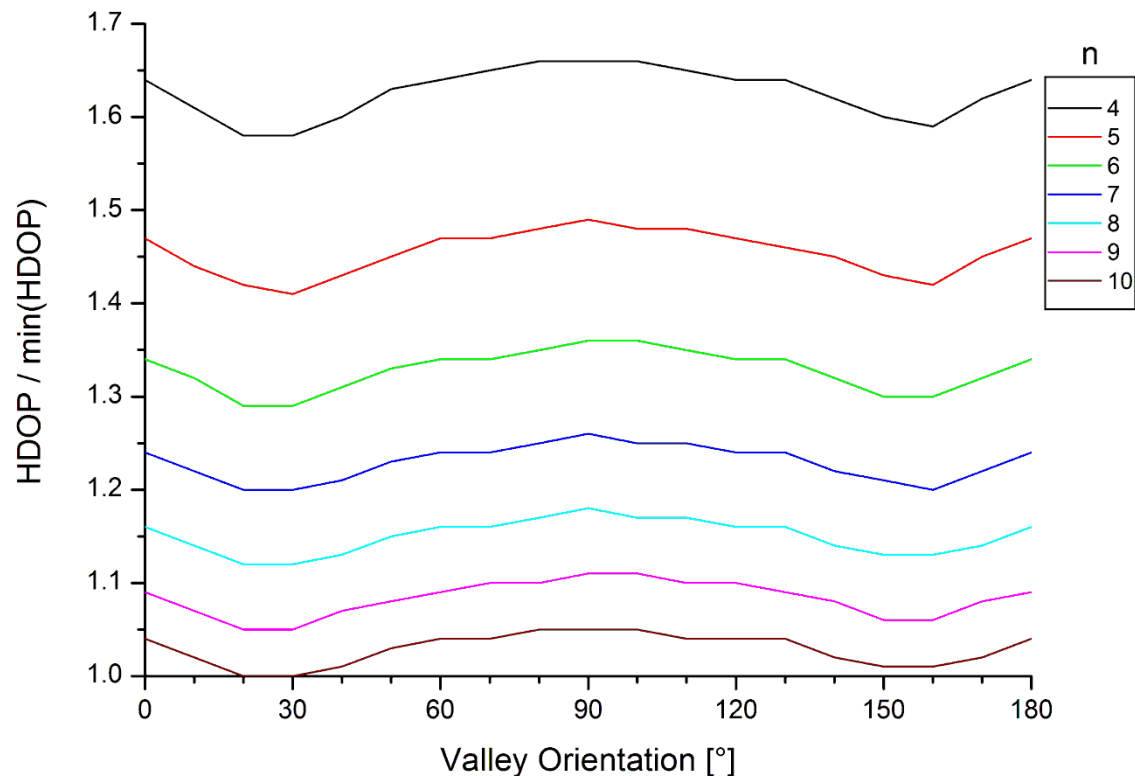
Beispiel: Abhängigkeit von Talflanken

- HDOP relativ zum minimalen HDOP abhängig vom maximalen Terrain Winkel ε_{max}
- Talorientierung: $0^\circ / 180^\circ$



Beispiel: Abhängigkeit vom Talstreichen

- HDOP relativ zum minimalen HDOP
- Maximale Hangneigung $\varepsilon_{max} = 25^\circ$



Minimal erreichbare DOPs

Minimum DOP wird bei homogener Satellitenverteilung bis zum Horizont erreicht

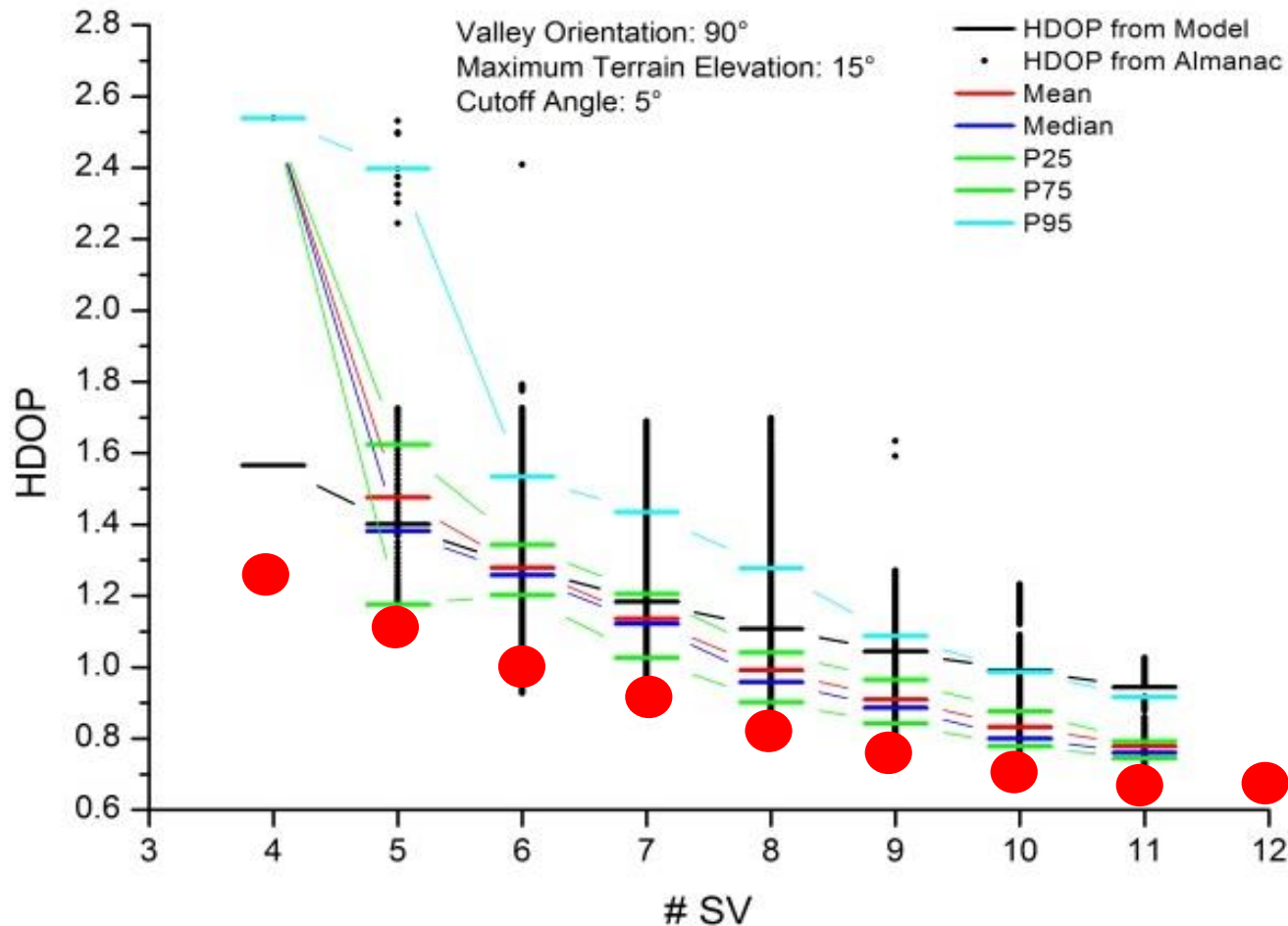
n Anzahl Satelliten

$$HDOP^2 = \frac{12}{n} \frac{1 - \cos \theta_{max}}{(2 - (\sin^2 \theta_{max} + 2) \cos \theta_{max})}$$

$$GDOP = \sqrt{\frac{22}{n}} \quad PDOP = \sqrt{\frac{18}{n}} \quad VDOP = \sqrt{\frac{12}{n}}$$

$$HDOP = \sqrt{\frac{6}{n}} \quad TDOP = \sqrt{\frac{4}{n}}$$

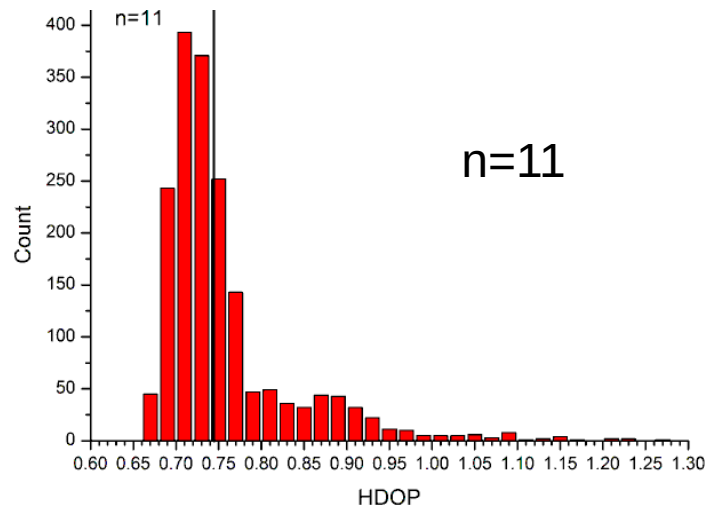
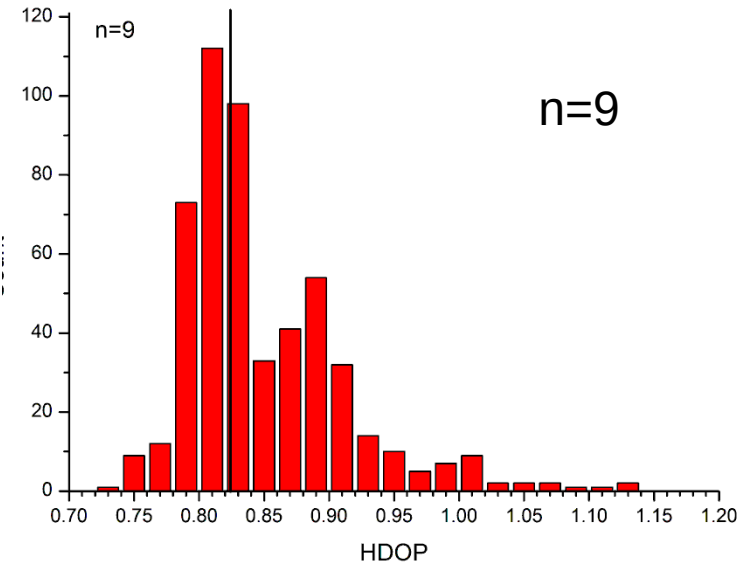
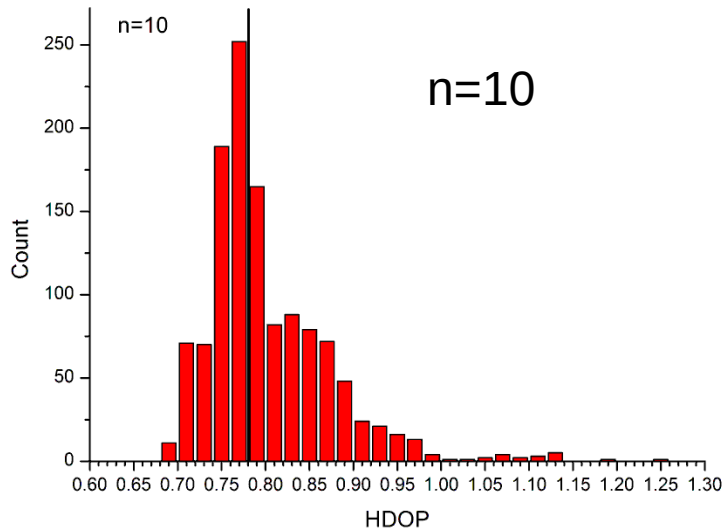
Mittleres reales HDOP und einfaches Modell



4 1.2247
5 1.0954
6 1.0000
7 0.9258
8 0.8660
9 0.8165
10 0.7746
11 0.7385
12 0.7071

• Min val model

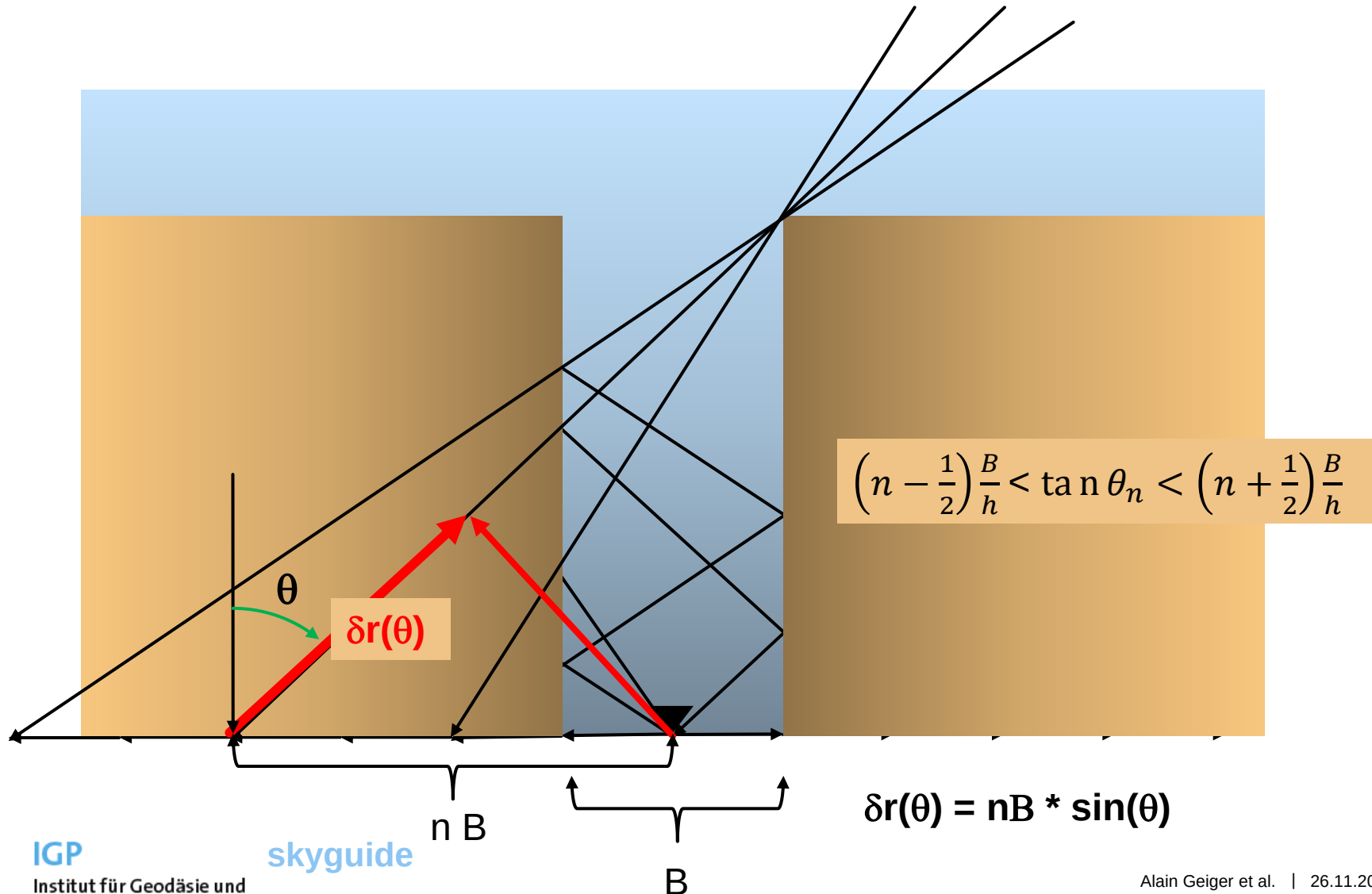
Verteilung der HDOP bei verschiedenen n



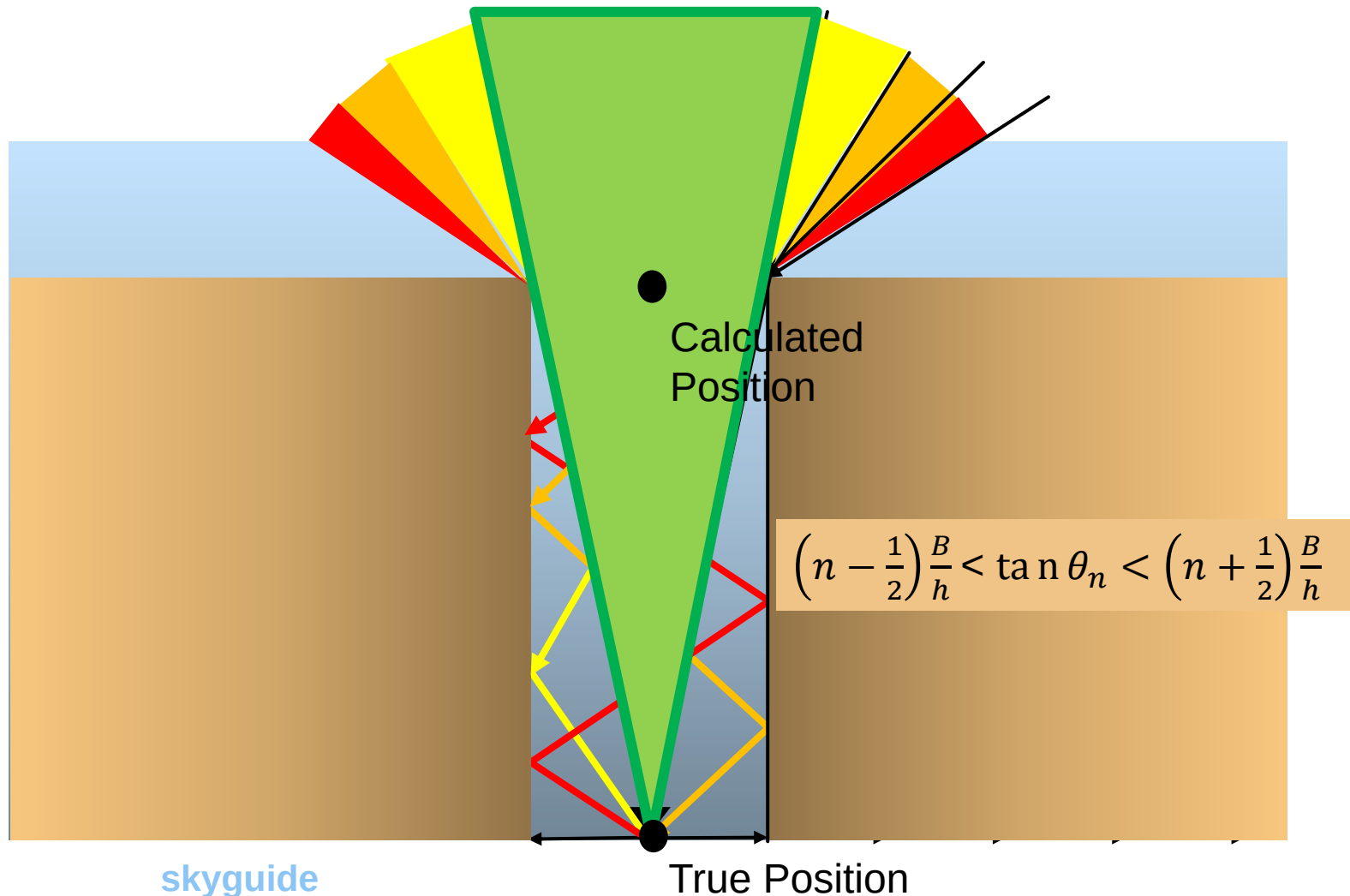
n Anzahl Satelliten



Beispiel: Strassenschlucht und Mehrweg

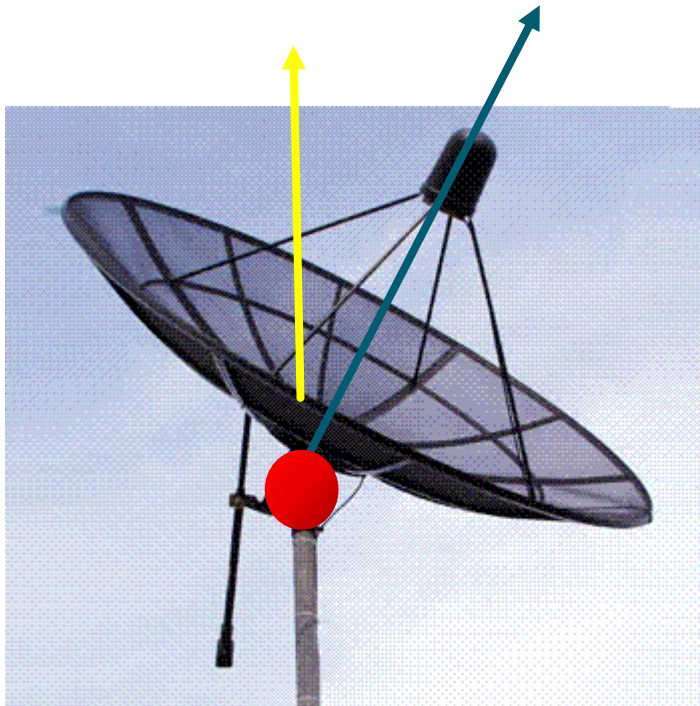


Beispiel: Strassenschlucht und Mehrweg



Beispiel: Kabel und Richtantennen

$$I_{f_{ij}} = \int f \sin^i \phi \cos^j \phi d\phi$$



$$\begin{bmatrix} \delta y \\ \delta z \\ \delta(ct) \end{bmatrix} = \frac{A}{|B|} B_{ad} \begin{bmatrix} -\sin \alpha I_{20} \\ -\alpha I_{11} \\ \alpha I_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \delta x &= 0 \\ \delta y &= 0 \\ \delta z &= 0 \\ \delta(ct) &= A \end{aligned}$$

Beispiel: Einfluss Atmosphäre (ohne Uhr)

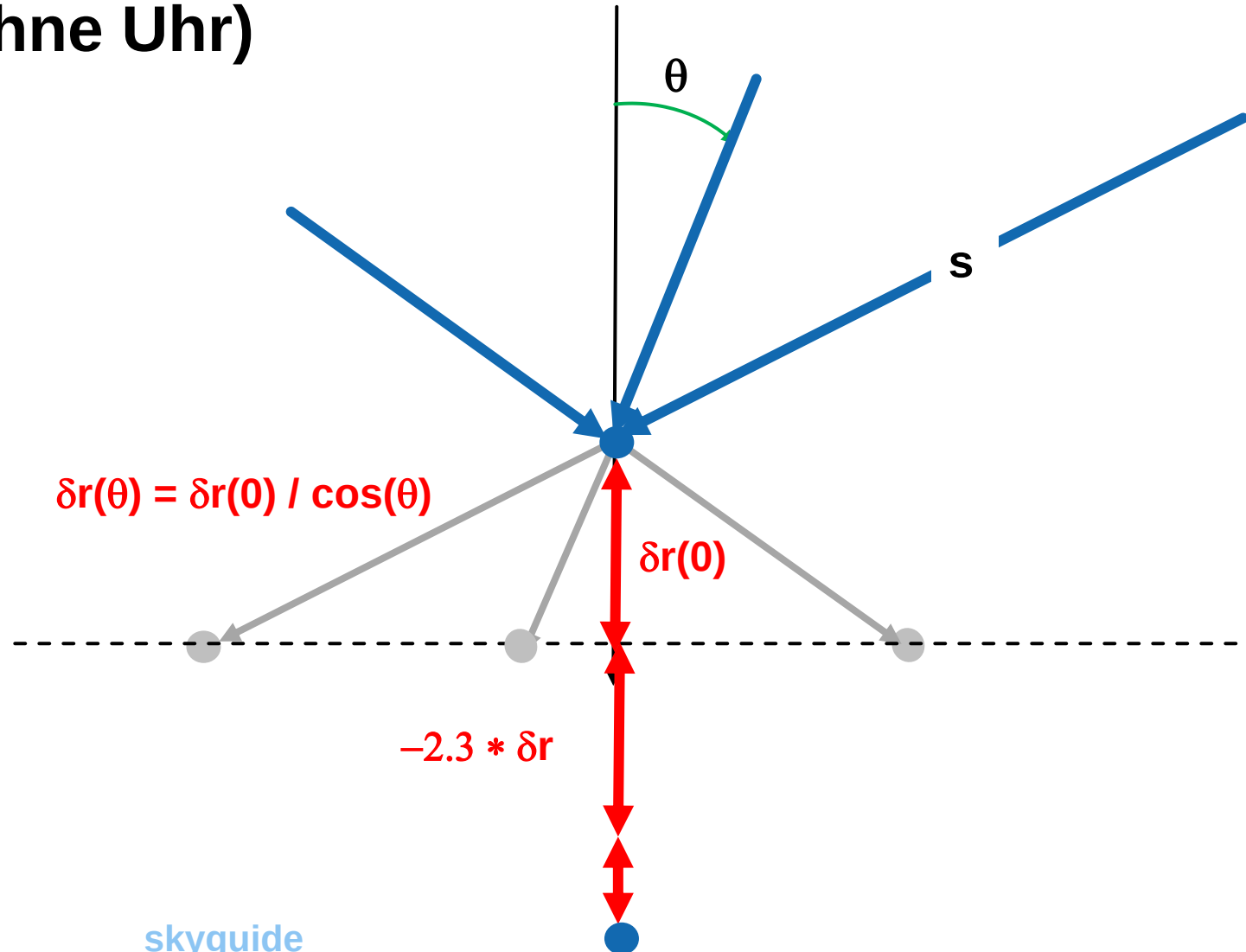
$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \delta \mathbf{r} = - \delta \mathbf{r} (0) \begin{bmatrix} \frac{2}{I_{30}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{I_{30}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{10} \end{bmatrix}$$

$$\delta z = - \delta \mathbf{r} (0) \frac{I_{10}}{I_{12}} = - 3 \delta \mathbf{r} (0) \frac{1 - \cos \theta_{\max}}{1 - \cos^3 \theta_{\max}}$$

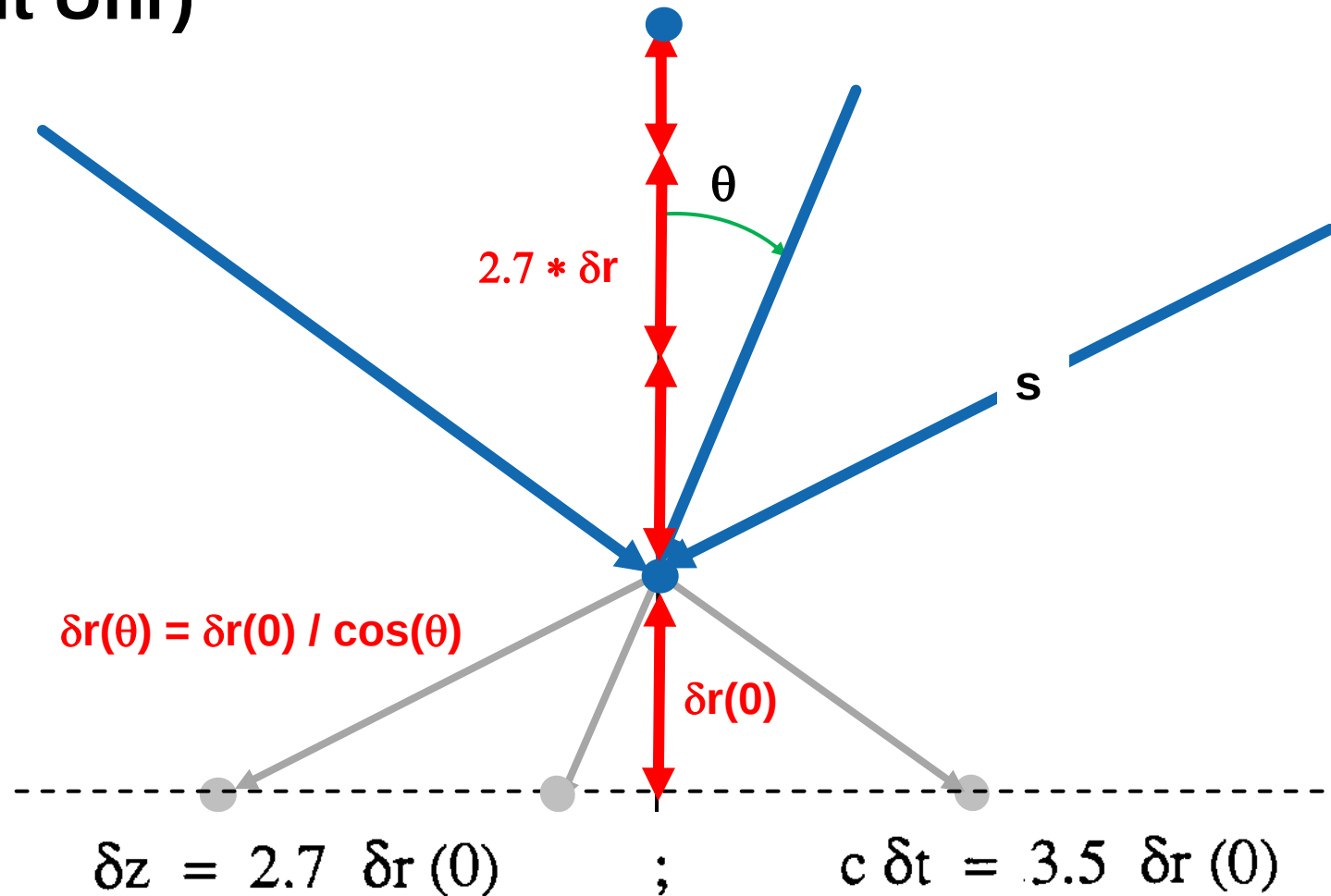
$$\cos \theta_{\max} \approx 1/3 \quad (\varepsilon_{\min} \approx 20^\circ)$$

$$\delta z = -2.3 \delta \mathbf{r} (0)$$

Beispiel: Höhenfehler wegen Atmosphäre (ohne Uhr)



Beispiel: Höhenfehler wegen Atmosphäre (mit Uhr)

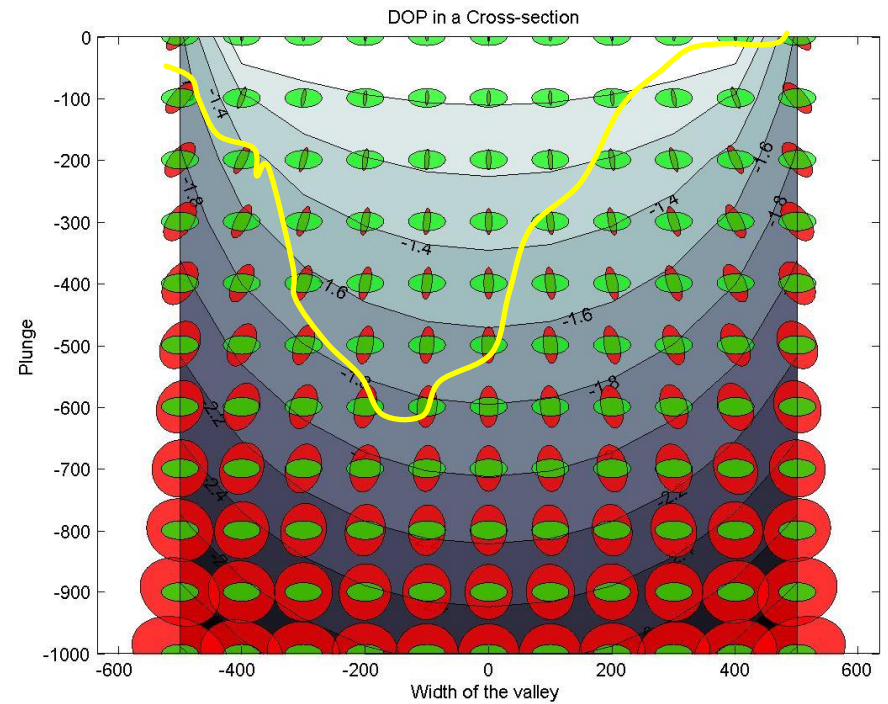
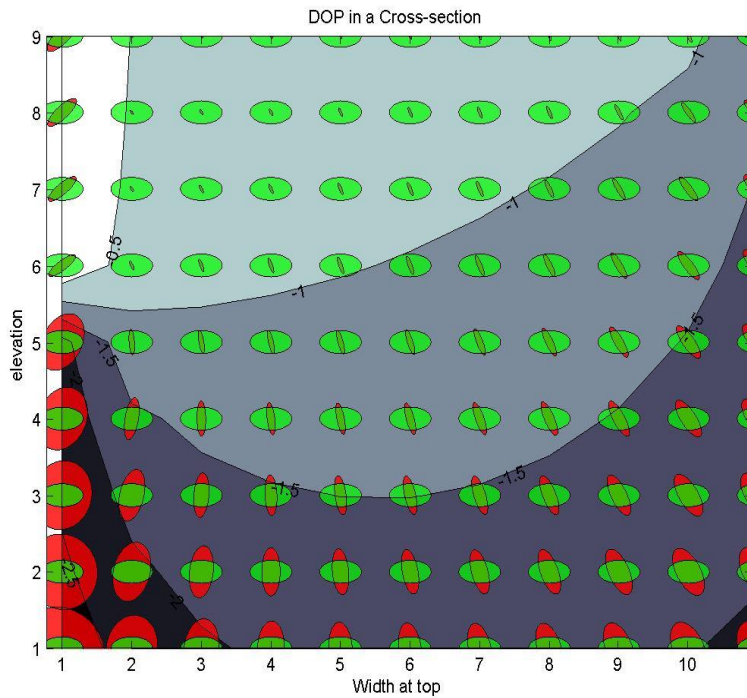


Beispiel: Taleinflug



Konklusion

Protection level und modellierte DOPs



Vielen Dank

